

Izbrane naloge za predmet Osnove elektromagnetizma

Marko Pinterič

©2012 – 2013

verzija 0.92, 11.01.2013

Naloge za predmet Osnove elektromagnetizma so izbrane za lažje spremljanje vaj. Naloge so večinoma povzete po drugih zbirkah, nekaj pa je izvirnih. Zbirka se neprestano izboljšuje, zaradi povečanja števila problemov pa se številke problemov lahko na začetku vsakega šolskega leta spremenijo.

Zadnjo verzijo lahko najdete na spletni strani <http://rcum.uni-mb.si/~pinteric/>.

Zbirka je izdelana s pomočjo programskega paketa L^AT_EX, slike pa s knjižnico TikZ/PGF.

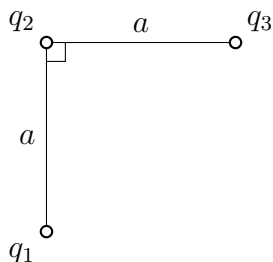
Kazalo

1 Električno polje	2
2 Električni potencial	4
3 Električni tok	6
4 Magnetno polje	9
5 Indukcija	11
6 Elektromagnetno valovanje	12

1 Električno polje

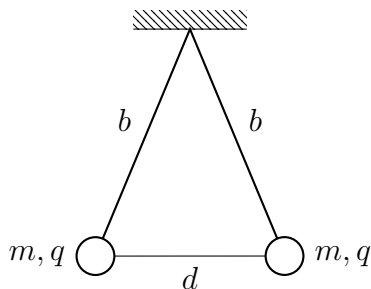
N 1.1 Elektron in proton sta v vodikovem atomu oddaljena za približno 5.3×10^{-11} m. Najdite velikosti električne in gravitacijske sile med delcema. Masa elektrona je 9.1×10^{-31} kg, masa protona pa 1.7×10^{-27} kg. (8.2×10^{-8} N, 3.6×10^{-47} N)

N 1.2 Tri telesa, razporejena kot kaže slika, imajo naboje $q_1 = q_3 = 5.0 \mu\text{As}$ in $q_2 = -2.0 \mu\text{As}$. Najdite silo, ki deluje na telo z nabojem q_3 , če je oddaljenost $a = 10$ cm. ($-1.1 \text{ N } \vec{i} + 7.9 \text{ N } \vec{j}$, 8.0 N)

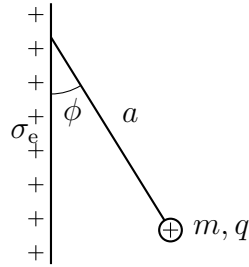


N 1.3 Dve majhni telesi s pozitivnim nabojem $15.0 \mu\text{As}$ in $5.0 \mu\text{As}$ sta fiksirani na nasprotnih straneh vodoravne izolatorske palice na medsebojni oddaljenosti 200 cm. Tretje majhno *pozitivno* nabito telo lahko drsa vzdolž palice. Pri kateri oddaljenosti od telesa z večjim nabojem tretje telo miruje? Je to stabilno ali labilno ravnovesje? (127 cm, stabilno)

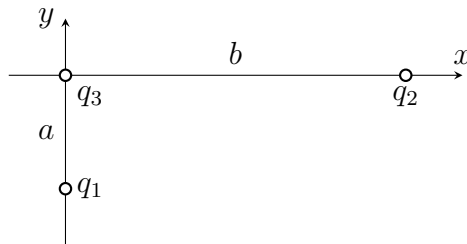
N 1.4 Enaki kroglici mase $m = 0.10$ g sta z vrvicami dolžine $b = 13$ cm privezani v skupni točki, kot je prikazano na sliki. Kolikšen je naboj q vsake kroglice, če sta kroglici razmknjeni za $d = 10$ cm? (2.1×10^{-8} As)



N 1.5 Kroglica mase $m = 10$ g je z lahko vrvico pritrjena na navpično steno. Stena je enakomerno naelektrena, površinska gostota naboja je $\sigma_e = 0.10 \mu\text{As}/\text{m}^2$. Kolikšen kot ϕ oklepa vrvica dolžine $a = 20$ cm s steno, če je na kroglici naboj $q = 11 \mu\text{As}$? (32°)



N 1.6 Najdite velikost in smer električnega polja, ki ga v izhodišču ustvarjata naboja $q_1 = -3.0 \text{ nAs}$ in $q_2 = 6.0 \text{ nAs}$, od izhodišča oddaljena za $a = 0.10 \text{ m}$ in $b = 0.30 \text{ m}$. Najdite velikost in smer sile na naboj $q_3 = -5.0 \text{ nAs}$, ki se nahaja v izhodišču. ($-600 \text{ V/m } \vec{i} - 2700 \text{ V/m } \vec{j}$, 2800 V/m , $1.4 \times 10^{-5} \text{ N}$)



P 1.7 Najdite električno polje enakomerno nabite izolatorske krogle z nabojem Q in polmerom R . ($E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}, r \geq R$; $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qr}{R^3}, r \leq R$)

2 Električni potencial

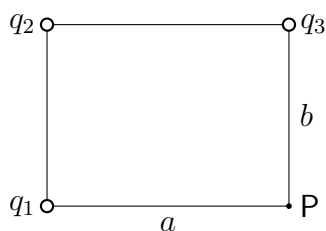
P 2.1 Najdite potencial enakomerno nabite izolatorske krogle s nabojem Q in polmerom R . ($V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r}$, $r \geq R$; $V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{2R} \left(3 - \frac{r^2}{R^2}\right)$, $r \leq R$)

N 2.2 Dve majhni telesi z nabojema 4.0×10^{-9} As in 5.0×10^{-8} As sta razmaknjeni za 50 cm. Koliko dela je potrebno, da zmanjšamo njuno oddaljenost na polovico začetne? (3.6×10^{-6} J)

N 2.3 Koliko dela opravimo, če majhnemu telesu z nabojem 10 pAs zmanjšamo oddaljenost od središča enakomerno nabite izolatorske krogle s 100 cm na 10 cm? Naboj krogle je 1.0 nAs, polmer pa 20 cm. (62 V, 9 V, 5.3×10^{-10} J)

N 2.4 Elektron miruje 3 cm od centra enakomerno nabite izolatorske krogle polmera 2 cm in naboja 1 nAs. Kolikšna je hitrost elektrona, ko doseže površino krogle? Masa elektrona znaša 9.1×10^{-31} kg (7.2×10^6 m/s)

N 2.5 Izračunaj električni potencial sistema nabojev v točki P, če sta stranici pravokotnika $a = 4.0$ cm in $b = 3.0$ cm, naboji teles pa $q_1 = q_3 = 1.0 \times 10^{-11}$ As, $q_2 = -2.0 \times 10^{-11}$ As. (1.7 V)



N 2.6 Na določeni razdalji do majhnega telesa je velikost električnega polja 500 V/m, velikost električnega potenciala pa -3.0 kV. Kolikšna je razdalja do telesa in kakšen je njegov naboj? (6.0 m, -2.0μ As)

P 2.7 Najdite kapacitivnost krogelnega kondenzatorja, če je polmer notranje lupine a , polmer zunanje lupine pa b . ($4\pi\epsilon_0 \frac{ab}{b-a}$)

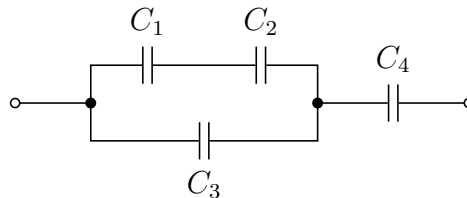
N 2.8 Kondenzator je sestavljen iz dveh vzporednih plošč, vsaka površine 7.6 cm², med seboj oddaljenih za 1.8 mm. Na kondenzator priključimo napetost 20 V. Izračunajte (a) električno polje med ploščama, (b) površinsko gostoto naboja na ploščah, (c) kapacitivnost in (d) naboj na vsaki plošči. (11 kV/m, 9.8×10^{-8} As/m², 3.7 pF, 7.5×10^{-11} As)

N 2.9 Majhno telo mase 350 mg in električnega naboja 30 nAs je obešeno za vrstico na navpično ploščo ploščatega kondenzatorja. Plošče kondenzatorja so razmaknjene za 40 mm. Kakšna je napetost na kondenzatorju, če se telo odkloni od plošče za 15° ? (17 kV)

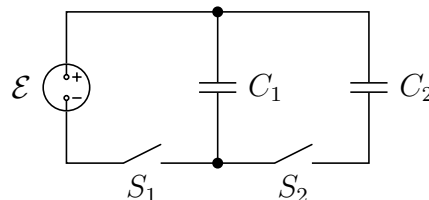
N 2.10 Dva kondenzatorja vezana vzporedno dajeta ekvivalentno kapacitivnost 9.0 pF, vezana zaporedno pa dajeta ekvivalentno kapacitivnost 2.0 pF. Kakšna je njuna kapacitivnost? (6.0 pF, 3.0 pF)

N 2.11 Skupina enakih kondenzatorjev ima 100-krat večjo ekvivalentno kapacitivnost, če so vezani vzporedno kot zaporedno. Najdi njihovo število. (10)

N 2.12 Vezje na sliki je sestavljeno iz štirih kondenzatorjev kapacitivnosti $C_1 = 15.0 \mu\text{F}$, $C_2 = 3.0 \mu\text{F}$, $C_3 = 6.0 \mu\text{F}$, in $C_4 = 20.0 \mu\text{F}$. Najdite ekvivalentno kapacitivnost. Najdite naboj na vsakem kondenzatorju, če na vezje priključimo napetost 15 V. (6.0 μF , 10.5 V, 4.5 V, 26 μAs , 26 μAs , 63 μAs , 89 μAs)



N 2.13 Vezje na sliki je sestavljeno iz dveh stikal, dveh kondenzatorjev kapacitivnosti $C_1 = 6.0 \mu\text{F}$, $C_2 = 3.0 \mu\text{F}$ in baterije napetosti $\mathcal{E} = 20 \text{ V}$. Prvo sklenemo in razklenemo stikalo S_1 , nato pa sklenemo in razklenemo stikalo S_2 . Najdite naboje in energije na obeh kondenzatorjih. (13 V, 80 μAs , 40 μAs , 7.1 mJ, 3.6 mJ)



N 2.14 Kolikšno energijo hrani akumulatorska baterija napetosti 1.2 V in kapacitete 1500 mAh? (6.5 kJ)

3 Električni tok

N 3.1 Kovinsko žico upornosti 10Ω podaljšamo za četrtno začetne dolžine tako, da jo potegnemo skozi majhno luknjico. Kakšna je nova upornost žice? (16Ω)

N 3.2 Vodnik je sestavljen iz zaporednega spoja dveh palic pravokotnega preseka $3.0 \text{ mm} \times 3.0 \text{ mm}$. Prva palica ima specifično upornost $4.0 \times 10^{-3} \Omega\text{m}$ in dolžino 25 cm , druga pa specifično upornost $6.0 \times 10^{-3} \Omega\text{m}$ in dolžino 40 cm . Najdite upornost vodnika. (110Ω , 270Ω , 380Ω)

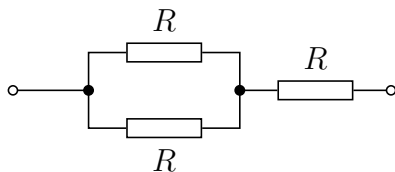
N 3.3 Na cilindrično žico dolžine 50 cm , premera 0.20 mm in specifične upornosti $4.0 \times 10^{-8} \Omega\text{m}$ priključimo napetost 4.0 V . Izračunajte (a) električno polje v žici, (b) upornost žice, (c) tok v žici in (d) gostoto toka v žici. Pokažite, da velja izraz $j = \sigma E$. (8.0 V/m , 0.64Ω , 6.3 A , $2.0 \times 10^8 \text{ A/m}^2$)

N 3.4 Dva upora vezana zaporedno imata ekvivalentno upornost 690Ω , vezano vzporedno pa ekvivalentno upornost 150Ω . Najdite njuni upornosti. (470Ω , 220Ω)

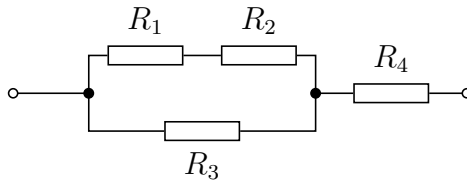
N 3.5 Grelec upornosti 100Ω uporabimo za gretje 5.0 dL vode z začetno temperaturo 20°C . Čez koliko časa voda zavre, če je toplotna kapaciteta vode 4200 J/kg K . ($347 \text{ s} = 5.8 \text{ min}$)

N 3.6 Elektrodistribucijsko podjetje oskrbuje potrošnika z 240 V glavnega voda s parom bakrenih žic, od katerih je vsaka dolga 50 m in ima presek 35 mm^2 . Najdite napetost pri potrošniku, če je tok porabe 35 A . Za ta tok porabe izračunajte posredovano in izgubljeno moč. Specifična upornost bakra znaša $2.8 \times 10^{-8} \Omega\text{m}$. ($40 \text{ m}\Omega$, 1.4 V , 237 V , 8.3 kW , 98 W)

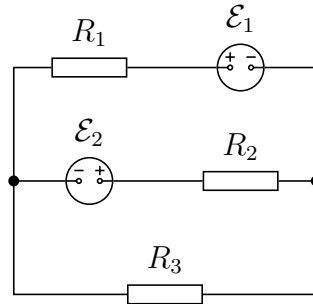
N 3.7 Vezje na sliki je sestavljeno iz treh uporov upornosti $R = 100 \Omega$. Največja moč po uporih znaša 25 W . Katero največjo napetost lahko priključimo na vezje? Najdite skupno moč na uporih za to napetost. (75 V , 38 W)



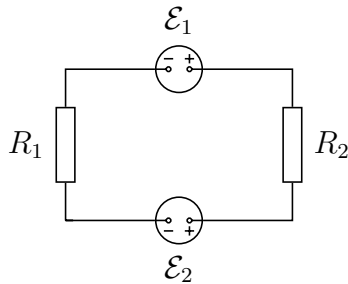
N 3.8 Vezje na sliki je sestavljeno iz štirih uporov upornosti $R_1 = 3.0 \Omega$, $R_2 = 4.0 \Omega$, $R_3 = 10.0 \Omega$ in $R_4 = 4.0 \Omega$. Najdite ekvivalentno upornost. Najdite tok skozi vsaki upor, če je na vezje priključena napetost 15 V . (8.1Ω , 7.4 V , 7.6 V , 1.11 A , 1.11 A , 0.74 A , 1.85 A)



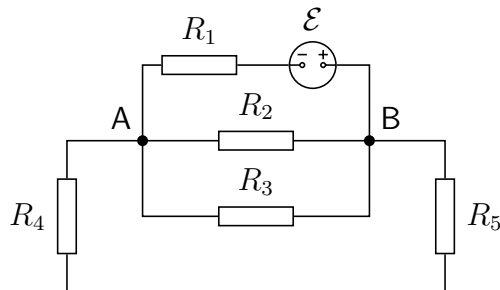
N 3.9 Najdite tokove v vezju na sliki, če so upornosti uporov $R_1 = 4.0 \Omega$, $R_2 = 6.0 \Omega$ in $R_3 = 2.0 \Omega$, ter napetosti baterij $\mathcal{E}_1 = 14 \text{ V}$ in $\mathcal{E}_2 = 10 \text{ V}$. (-3 A , 2 A , 1 A)



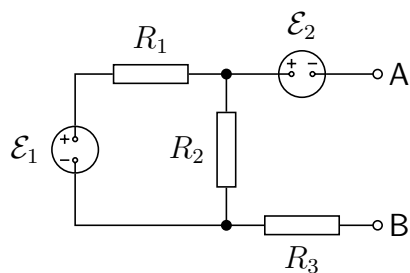
N 3.10 Najdite tok v vezju na sliki in moč na vsakem uporu, če upornosti znašajo $R_1 = 10.0 \Omega$ in $R_2 = 8.0 \Omega$, napetosti pa $\mathcal{E}_1 = 6 \text{ V}$ in $\mathcal{E}_2 = 12 \text{ V}$. (0.33 A , 1.11 W , 0.88 W)



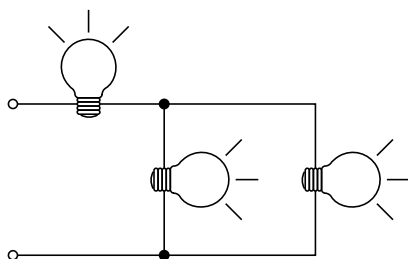
N 3.11 Najdite napetost med točkama A in B, če upornosti znašajo $R_1 = R_2 = 10 \Omega$, $R_3 = R_4 = 5 \Omega$ in $R_5 = 20 \Omega$, napetost pa $\mathcal{E} = 25 \text{ V}$. (5.6 V)



N 3.12 Najdite napetost med točkama A in B za vezje na sliki. Upornosti znašajo $R_1 = 2.0 \Omega$, $R_2 = 4.0 \Omega$ in $R_3 = 3.0 \Omega$, napetosti pa $\mathcal{E}_1 = 12 \text{ V}$ in $\mathcal{E}_2 = 4 \text{ V}$. (-4.0 V)



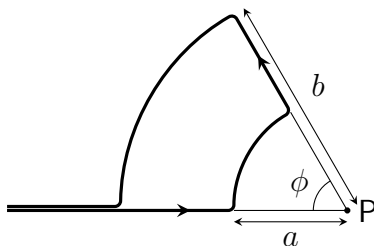
N 3.13 Vezje na sliki s tremi 60 W , 240 V žarnicami je priključeno na napetost 240 V . Najdite celotno moč, ki jo porabljajo vse tri žarnice in napetosti na vseh žarnicah. (40 W , 160 V , 80 V , 80 V)



4 Magnetno polje

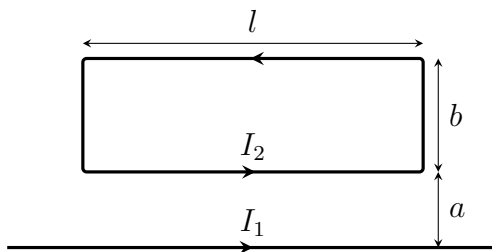
N 4.1 Enkrat nabit pozitivni ion mase $m = 3.2 \times 10^{-26}$ kg po pospeševanju z napetostjo 830 V vstopi v magnetno polje 0.92 T pravokotno na hitrost iona. Izračunajte polmer krožnice, po kateri potuje ion. (9.1×10^4 m/s, 20 mm)

N 4.2 Najdi magnetno polje v točki P na sliki, ki ga povzroča zanka notranjega polmera $a = 10$ cm, zunanjega polmera $b = 20$ cm in kota $\phi = 60^\circ$, če po njej teče tok 10 A. (5.2×10^{-6} T v list)

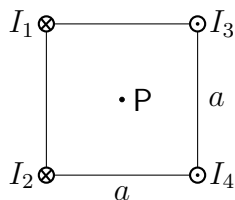


N 4.3 Palica mase 0.72 kg v začetnem trenutku miruje položena na začetku vodoravnih vzporednih tračnic dolgih 45 m in razmaknjenih za 12 cm. Kolikšna je hitrost palice, ko doseže konec tračnic, če po palici teče tok 24 A, vse skupaj pa se nahaja v homogenem magnetnem polju velikosti 0.24 T, pravokotnem na tračnice in palico? (9.3 m/s)

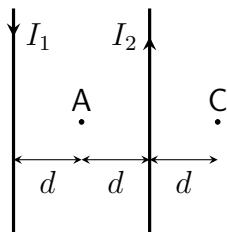
N 4.4 V ravnini se nahaja dolga ravna žica, po kateri teče tok $I_1 = 5$ A in pravokotna zanka, po kateri teče tok $I_2 = 10$ A, kot je prikazano na sliki. Najdi smer in velikost sile na zanko, če so $a = 0.10$ m, $b = 0.15$ m, in $l = 0.45$ m (2.7×10^{-5} N)



N 4.5 Po štirih dolgih vzporednih žicah teče enak tok $I_1 = I_2 = I_3 = I_4 = 5$ A, s tem da sta tokova I_1 in I_2 usmerjena v papir, tokova I_3 in I_4 pa iz papirja, kot je narisano na sliki. Najdite smer in velikost magnetnega polja v točki P v sredini, če je $a = 20$ cm. (2.0×10^{-5} T navzdol)



N 4.6 Po dveh dolgih vzporednih žicah oddaljenih za $2d = 18$ cm tečeta tokova v nasprotnih smereh, kot je narisano na sliki. Tok v desni žici znaša $I_2 = 1.0$ A, v levi žici pa je nameščen tako, da je magnetno polje v točki C enako nič. Najdite tok I_1 v levi žici in magnetno polje v točki A. (3.0 A, $4.4 \mu\text{T}$)



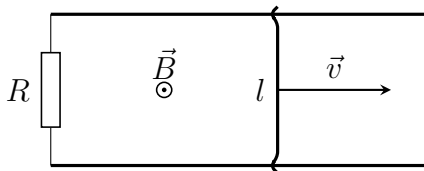
N 4.7 Po izolatorskem prstanu polmera 10 cm je enakomerno razporejen naboj $10 \mu\text{As}$. Prstan se vrti s konstantno kotno hitrostjo 20 rad/s okoli svoje osi pravokotno na ravnino prstana. Kolikšno magnetno polje se ustvari na osi prstana 5 cm od centra prstana? ($32 \mu\text{A}$, 140 pT)

5 Indukcija

N 5.1 Kovinski prstan polmera 5 cm in upornosti $3.0 \times 10^{-4} \Omega$ je postavljen okoli dolge idealne tuljave polmera 3 cm s 1000 navoji po metru. Če tok v tuljavi raste s stopnjo 270 A/s, kolikšen tok se inducira v prstanu? Kolikšno polje povzroča inducirani tok v sredini prstana? (3.2 A, $40 \mu\text{T}$)

N 5.2 Tuljava s 15 navoji in polmerom 10 cm obdaja dolgo idealno tuljavo polmera 2 cm in 1000 navojev po metru. Če se tok v notranji tuljavi spreminja kot $I(t) = I_0 \sin(\omega t)$, kjer je $I_0 = 5 \text{ A}$, $\omega = 120 \text{ s}^{-1}$, najdi maksimalno inducirano napetost v zunanji tuljavi. (14 mV)

N 5.3 Sistem na sliki je sestavljen iz dveh vzporednih tračnic zanemarljivega upora, oddaljenih $l = 1.2 \text{ m}$, ki so na koncu povezane z uporom $R = 6 \Omega$ in postavljene v magnetno polje velikosti $B = 2.5 \text{ T}$ usmerjenim iz papirja. S kolikšno hitrostjo v moramo po tračnicah vleči palico zanemarljivega upora, da skozi upor steče tok 0.50 A? (1 m/s)



N 5.4 Tuljava površine 0.1 m^2 se vrti s 60 obrati na sekundo z osjo vrtenja vzporedno s površino tuljave in pravokotno na magnetno polje velikosti 0.20 T . Če je tuljava sestavljena iz 1000 navojev, kolikšna maksimalna napetost se inducira v njej? V katerem položaju tuljave glede na magnetno polje je napetost največja? (7.5 kV, vzporedno s poljem)

N 5.5 Induktor je tuljava dolžine 16 cm in površine preseka 3 cm^2 s 420 navoji. S kolikšno konstantno stopnjo pada tok skozi tuljavo, če se na tuljavi inducira napetost $180 \mu\text{V}$? (-0.42 A/s)

N 5.6 Skozi tuljavo dolžine 10 cm, polmera 10 mm s 100 navoji teče tok 10 A. Kolikšna je energija magnetnega polja v tuljavi? (2.0 mJ)

N 5.7 Dve zanki polmerov 2 cm in 20 cm ležita v skupni ravnini in imata skupno središče. Najdi medsebojno induktivnost pod predpostavko, da je magnetno polje znotraj manjše zanke konstantno. (4.0 nH)

6 Elektromagnetno valovanje

N 6.1 Električno polje elektromagnetnega valovanja v vakuumu je opisano z enačbo $E_y = E_0 \sin(kx - \omega t)$, kjer so $E_0 = 100 \text{ V/m}$ in $k = 1.0 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$. Najdite valovno dolžino in frekvenco elektromagnetnega valovanja, ter napišite enačbo za magnetno polje. (0.63 m, 48 THz, $B_z = B_0 \sin(kx - \omega t)$, $B_0 = 3.3 \times 10^{-7} \text{ T}$, $\omega = 3 \times 10^{15} \text{ s}^{-1}$)

N 6.2 Mikrovalovna pečica kuha hrano z elektromagnetnim valovanjem frekvence 2.45 GHz. Zaradi refleksije se v pečici ustvarjajo stoječi valovi, ki bi v primeru, da se hrana ne bi vrtela, povzročila na določenih oddaljenostih ožganine. Izračunajte oddaljenosti med ožganinami. (6.1 cm)

N 6.3 Ocenite velikost električnega in magnetnega polja svetlobe 30 cm od 60 W žarnice. Predpostavite, da je svetlobna učinkovitost žarnice 5%. (45 V/m, $1.5 \times 10^{-7} \text{ T}$)

N 6.4 10 kW antena radijske postaje seva elektromagnetno valovanje enakomerno v vse smeri. Izračunajte velikost električnega in magnetnega polja ter gostoto elektromagnetne energije 5 km od antene. (0.15 V/m, 0.50 nT, $1.1 \times 10^{-13} \text{ J/m}^3$)

N 6.5 Intenziteta sončnega sevanja na vrhu Zemeljske atmosfere je 1340 W/m^2 . Izračunajte koliko solarne energije prejme človek površine 0.8 m v eni uri sončenja, če se 40% energije izgubi v Zemeljski atmosferi, telo pa absorbira 50% vpadne energije. (320 W, 1.2 MJ)