MARKO PINTERIĆ

Uvod v fiziko

z rešenimi problemi

za študente tehniških smeri

$F = ma$

Mutationem motus proportionalem esse vi motrici impressae, et fieri secundum lineam rectam qua vis illa imprimitur

Uvod v fiziko z rešenimi problemi

Avtor: doc. dr. Marko Pinterić

Recenzija: dr. Martin Horvat
doc. dr. Anita Prapotnik Brdnik

Lektoriranje: Ana Brunčič

Oblikovanje: Ana Brunčič

Založba: Univerza v Mariboru, Fakulteta za gradbeništvo

Leto izdaje: 2013

Tisk: Rolgraf d.o.o.

Naklada: 149 izvodov

Cena: 18 €

CIP - Kataložni zapis o publikaciji
Univerzitetna knjižnica Maribor

53:62(075.8)

PINTERIĆ Marko
Uvod v fiziko z rešenimi problemi : za študente tehniških študijskih smeri / Marko Pinterić. - Maribor : Fakulteta za gradbeništvo, 2013

ISBN 978-961-248-413-2

9 789612 484132

COBISS.SI-ID 75917057

Kazalo

I.

Teorija in problemi

Težišče in gostota

V primeru togega telesa je njegova masa m razporejena v prostoru in je koristno definirati položajni vektor *masnega središča*

$$\vec{r}_\mathrm{T} = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{\sum_i m_i}, \qquad \vec{r}_\mathrm{T} = \frac{1}{m}\int \vec{r}\,\mathrm{d}m. \tag{2.2}$$

Položajni vektor masnega središča je v večini tehniških problemov (homogeno gravitacijsko polje) enak položajnem vektorju prijemališča sile gravitacije imenovanemu *težišče*; čeprav masno središče in težišče nista sopomenki, bomo v tej publikaciji za oba uporabljali isti izraz – težišče.

Pri izračunu težišča teles uporabljamo veličine gostota ρ, ploščinska gostota ρ_A in vzdolžna gostota ρ_l, ki so za homogena telesa definirane kot

$$\rho = \frac{m}{V}, \tag{2.3}$$

$$\rho_A = \frac{m}{A}, \tag{2.4}$$

$$\rho_l = \frac{m}{l}, \tag{2.5}$$

kjer l predstavlja dolžino enodimenzijskega, A ploščino dvodimenzijskega in V prostornino trodimenzijskega telesa. Ker je pri homogenih telesih gostota konstantna, se izračun težišča bistveno poenostavi. Naj dodamo, da je pri homogenih in simetričnih telesih težišče v geometrijskem središču telesa.

Točkasto telo

Gibanje teles opisujejo *Newtonovi zakoni gibanja*.

Ravnovesje telesa določa I. Newtonov zakon. Ker je v svoji originalni obliki zakon definiran za točkasto telo, gibanje katerega v popolnosti opisuje le premik, ga bomo v publikaciji imenovali *I. Newtonov zakon za premik*: če (in samo če) je rezultanta vseh sil, ki deluje na točkasto telo, enaka nič, telo miruje ali pa se giba enakomerno

$$\sum \vec{F} = \vec{0} \iff \vec{v} = \overrightarrow{\mathrm{konst.}} \tag{2.6}$$

Ta zakon lahko uporabimo tudi za toga telesa, ki se ne vrtijo, saj se v tem primeru pojavi le vzporedni premik oziroma je hitrost za vse dele telesa enaka.

Togo telo

Togo telo je idealizacija končnodimenzijskega trdnega telesa, pri kateri zanemarimo deformacije. To pomeni, da se razdalja med poljubnima izbranima točkama telesa ne spreminja.

Na splošno se v primeru togega telesa lahko pojavita vzporedni premik (translacija) in vrtenje (rotacija). V tem primeru zgoraj zapisan I. Newtonov zakon ni uporaben, saj imajo različni deli telesa lahko različne premike in hitrosti! Če splošno gibanje togega telesa opišemo kot kombinacijo premika težišča in vrtenja telesa okrog osi skozi težišče in upoštevamo, da je seštevek notranjih sil in notranjih momentov sil enak nič, se I. Newtonov zakon posploši v dva enostavna zakona.

I. Newtonov zakon za premik težišča: če (in samo če) je rezultanta vseh sil, ki deluje na togo telo, enaka nič, težišče telesa miruje ali pa se giba enakomerno

$$\boxed{\sum \vec{F} = \vec{0} \iff \vec{v}_\mathrm{T} = \overrightarrow{\mathrm{konst.}}} \tag{2.7}$$

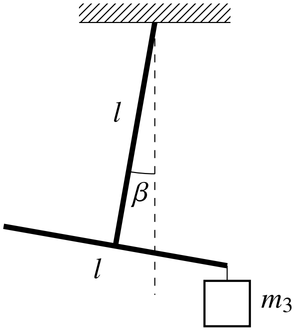
I. Newtonov zakon za vrtenje: če (in samo če) je rezultanta vseh momentov sil, ki delujejo na togo telo, enaka nič, se telo ne vrti ali pa se vrti enakomerno

$$\boxed{\sum \vec{M} = \vec{0} \iff \vec{\omega} = \overrightarrow{\mathrm{konst.}}} \tag{2.8}$$

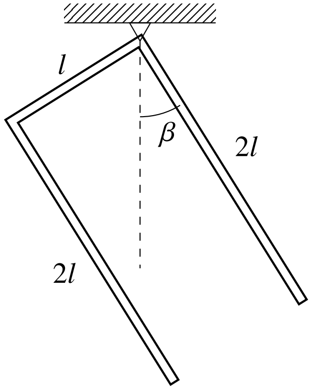
Enostavno se da pokazati, da je za statične probleme izbira izhodišča za računanje momentov sil poljubna.

Za opis medsebojnega delovanje posameznih teles uporabimo *III. Newtonov zakon*: če prvo telo deluje na drugo s silo $\vec{F}_{12}$, drugo telo deluje na prvo z nasprotno, enako veliko silo $\vec{F}_{21}$

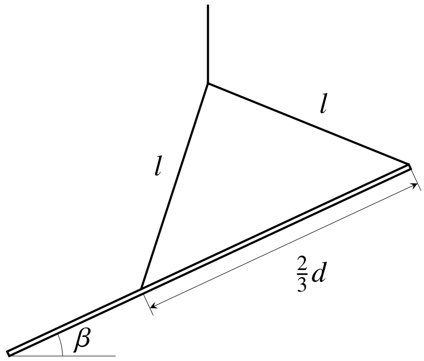
$$\boxed{\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}.} \tag{2.9}$$



2.29 Črko U na sliki, ki je narejena iz homogene kovinske palice konstantne ploščine prereza, skupne dolžine $5l = 1{,}00\,\mathrm{m}$ in skupne mase $m = 0{,}50\,\mathrm{kg}$, obesimo za eno od oglišč. Za kolikšen kot β se odkloni? (32°)



2.30 Brezbrižni delavec pritrdi jeklen nosilec dolžine $d = 4{,}5\,\mathrm{m}$ in mase $1{,}0\,\mathrm{t}$ z dvema enako dolgima jeklenicama dolžine $l = 2{,}2\,\mathrm{m}$ na koncu nosilca in dveh tretjinah dolžine nosilca. Izračunajte, za kolikšen kot β je nagnjen nosilec glede na vodoravnico, ko ga žerjav dvigne. (25°)



2.4 Elastične lastnostni teles

2.31 Na sredo 2,0 m dolge žice s ploščino prereza 1,0 mm^2, ki je sprva napeta v vodoravni smeri, obesimo utež mase 10 kg. Žica se pri tem povesi za 80 mm. Kolikšen je prožnostni modul žice? ($2{,}0 \times 10^{11}$ N/m^2)

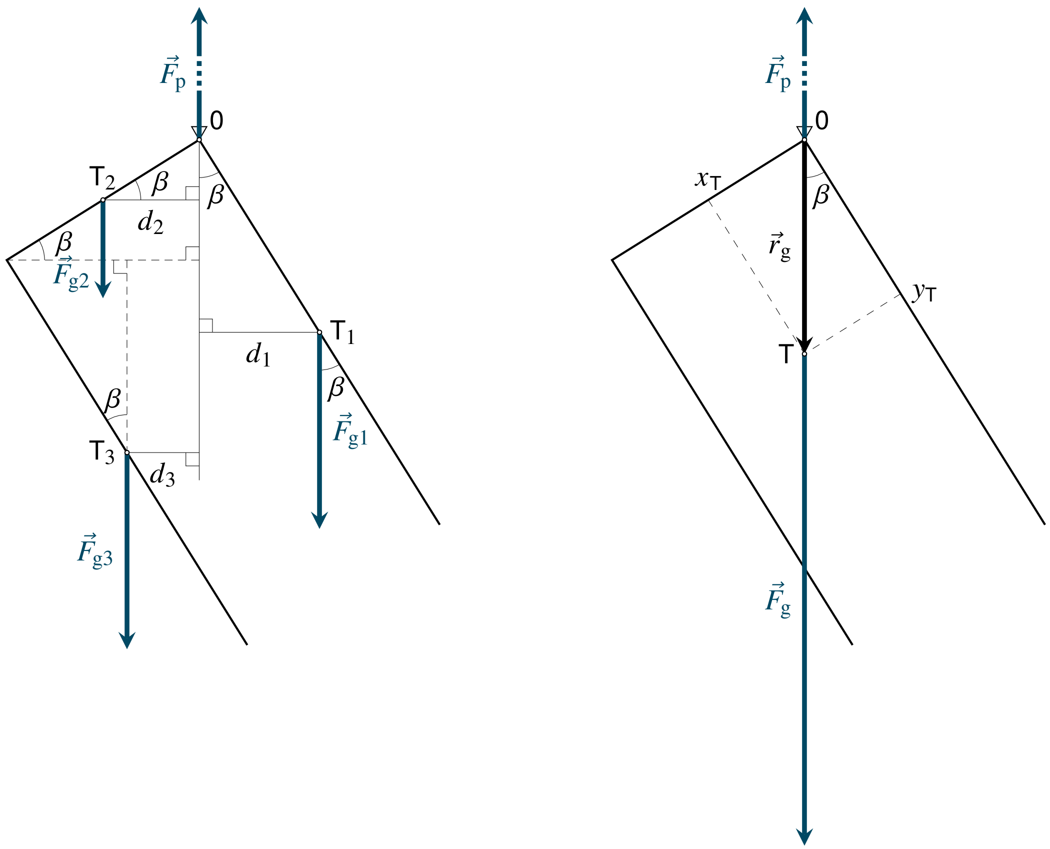
2.32 Žice dolžine 1,0 m in ploščine prereza 1,0 mm^2 iz medenine, jekla in železa povežemo eno za drugo. En konec tako sestavljene žice pritrdimo na strop, na drugi konec pa obesimo utež mase 10 kg. Za koliko se raztegne celotna žica? Prožnostni moduli za medenino, jeklo in železo so $1{,}0 \times 10^{11}$ N/m^2, $2{,}0 \times 10^{11}$ N/m^2 in $1{,}5 \times 10^{11}$ N/m^2. Maso žic zanemarite. (2,17 mm)

2.33 Žice dolžine 1,0 m in ploščine prereza 1,0 mm^2 iz medenine, jekla in železa z ene strani pritrdimo na strop, na drugi konec pa na njih obesimo utež mase 10 kg. Za koliko se raztegnejo žice, če so njihovi raztezki enaki? Prožnostni moduli za medenino, jeklo in železo so $1{,}0 \times 10^{11}$ N/m^2, $2{,}0 \times 10^{11}$ N/m^2 in $1{,}5 \times 10^{11}$ N/m^2. Maso žic zanemarite. (0,22 mm)

II.

Rešitve

2.29



a. Gravitacijske sile v težiščih posameznih delov

Na črko U (slika levo) delujejo tri sile gravitacije posameznih delov črke s prijemališči v njihovih težiščih $F_{g1} = m_1 g$, $F_{g2} = m_2 g$ in $F_{g3} = m_3 g$, ter sila podlage F_p. Mase posameznih delov dobimo, upoštevajoč da sta ploščina prereza in posledično dolžinska gostota ρ_l celotne palice konstantna (2.5)

$$\begin{aligned}
\rho_l &= \frac{m}{5l},\\
m_1 &= \rho_l l_1 = \frac{m}{5l}\,2l = \tfrac{2}{5}m,\\
m_2 &= \rho_l l_2 = \frac{m}{5l}\,l = \tfrac{1}{5}m,\\
m_3 &= \rho_l l_3 = \frac{m}{5l}\,2l = \tfrac{2}{5}m.
\end{aligned}$$

Za rešitev problema moramo uporabiti I. Newtonov zakon za vrtenje (2.8). Najboljša izbira izhodišča za računanje momentov sil je točka $\mathsf{0}$ oziroma prijemališče sile podlage F_p, ki ni podana in je ne potrebujemo. V tem primeru se zakon glasi

$$\sum M_\mathsf{0} = M_2 + M_3 - M_1 = d_2\,F_{\mathrm{g}2} + d_3\,F_{\mathrm{g}3} - d_1\,F_{\mathrm{g}1} = 0.$$

Iz geometrije sistema vidimo, da so

$$d_1 = l\sin\beta,\; d_2 = \tfrac{1}{2}l\cos\beta,\; d_3 = l\cos\beta - l\sin\beta.$$

Končno dobimo

$$\begin{aligned}
&\tfrac{1}{2}l\cos\beta\,\tfrac{1}{5}mg + (l\cos\beta - l\sin\beta)\,\tfrac{2}{5}mg - l\sin\beta\,\tfrac{2}{5}mg = 0\\
&\qquad\Longrightarrow\; \tan\beta = \frac{\sin\beta}{\cos\beta} = \frac{5}{8} \;\Longrightarrow\; \beta = 32^\circ.
\end{aligned}$$

b. Gravitacijska sila v skupnem težišču

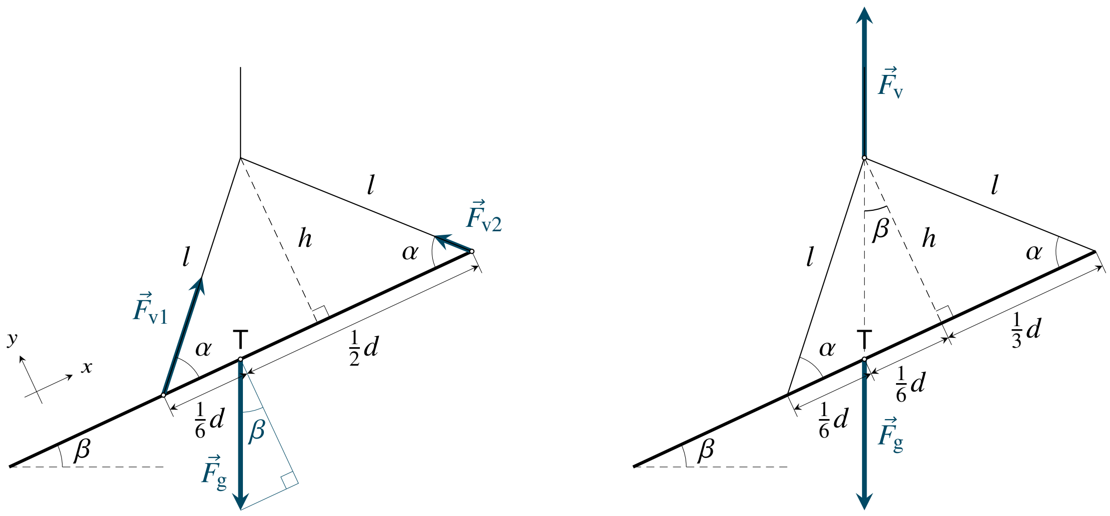
Problem lahko rešimo tudi tako, da izračunamo težišče celotne črke U (slika desno), kar smo že storili v problemu 2.17. V tem primeru je sila gravitacije celotnega telesa zbrana samo v eni točki, zato na črko U delujeta samo dve sili, sila gravitacije F_g in sila podlage F_p. Če I. Newtonov zakon za vrtenje (2.8) zapišemo v obesišču $\mathsf{0}$, dobimo

$$\sum \vec{M} = \vec{r}_\mathrm{g} \times \vec{F}_\mathrm{g} = \vec{0}.$$

Edina možnost, da je zgornji vektorski produkt enak nič, je da sta vektorja $\vec{r}_\mathrm{g}$ in $\vec{F}_\mathrm{g}$ med seboj v *vzporedna*. Ker je vektor $\vec{F}_\mathrm{g}$ navpičen, lahko sklepamo, da je *težišče točno pod obesiščem*, torej lahko zapišemo

$$\tan\beta = \frac{x_\mathsf{T}}{y_\mathsf{T}} = \frac{5}{8} \;\Longrightarrow\; \beta = 32^\circ.$$

2.30



Za rešitev bomo potrebovali kot med jeklenico in nosilcem α

$$\cos\alpha = \frac{\frac{1}{3}d}{l} \implies \alpha = 47°.$$

a. Sile na nosilec

Na nosilec delujejo sila gravitacije $F_g = mg$ in dve sili jeklenic F_{v1} in F_{v2} (slika levo). Za rešitev problema napišimo I. Newtonov zakon za vrtenje (2.8) okrog osi skozi težišče T

$$\sum M_T = \tfrac{1}{2}d\, F_{v2}\sin\alpha - \tfrac{1}{6}d\, F_{v1}\sin\alpha = 0 \implies F_{v1} = 3\,F_{v2}$$

in I. Newton zakon za premik težišča (2.7)

$$\sum F_x = F_{v1}\cos\alpha - F_{v2}\cos\alpha - F_g\sin\beta = 0,$$
$$\sum F_y = F_{v1}\sin\alpha + F_{v2}\sin\alpha - F_g\cos\beta = 0.$$

Če iz zgornjih dveh enačb izločimo zadnja člena in ju med seboj delimo dobimo

$$\tan\beta = \frac{F_g\sin\beta}{F_g\cos\beta} = \frac{(F_{v1} - F_{v2})\cos\alpha}{(F_{v1} + F_{v2})\sin\alpha} = \tfrac{1}{2}\cot\alpha \implies \beta = 25°.$$

b. Sile na sistem nosilca in jeklenic

Problem lahko rešimo drugače, če kot pri prejšnji nalogi upoštevamo, da je *težišče točno pod obesiščem* (slika desno). V tem primeru lahko napišemo

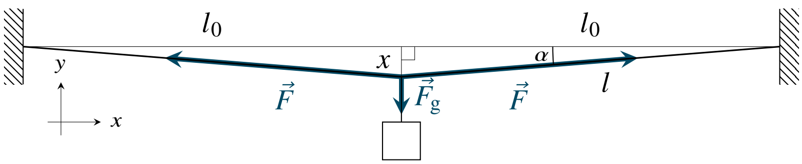
$$\tan\beta = \frac{\frac{1}{6}d}{h},$$
$$\tan\alpha = \frac{h}{\frac{1}{3}d}.$$

Če iz zgornjih dveh enačb izločimo h, dobimo

$$\tan\beta = \tfrac{1}{2}\cot\alpha \implies \beta = 25°.$$

2.4 Elastične lastnostni teles

2.31



Ker je žica na svoji polovici upognjena, situacijo opišemo z dvema žicama ploščine prereza $A = 1 \times 10^{-6}\,\mathrm{m}^2$ nenapete dolžine $l_0 = 1\,\mathrm{m}$. Žici se zaradi uteži mase $m = 10\,\mathrm{kg}$ podaljšata do dolžine l, kar povzroči poves $x = 0{,}08\,\mathrm{m}$. Povečanje dolžine vsake žice dobimo s pomočjo geometrijskega izračuna

$$\Delta l = l - l_0 = \sqrt{l_0^2 + x^2} - l_0 = 3{,}2 \times 10^{-3}\,\mathrm{m}.$$

Podaljšanje žic povzroča sila vzdolž vsake žice. Zapišimo I. Newtonov zakon za premik (2.7) v y-smeri v točki stika obeh žic

$$\sum F_y = 2F\sin\alpha - F_g = 0$$

$$\implies F = \frac{F_g}{2\sin\alpha} = \frac{mg}{2\frac{x}{l}} = \frac{mg\sqrt{l_0^2 + x^2}}{2x} = 630\,\mathrm{N}.$$